

Final Algebra I

1. (1,5 p) Sea la sucesión definida por $a_1 = 2$ y $a_{n+1} = 2a_n - 1$. Probar que entonces $a_n = 1 + 2^{n-1}$ para todo $n \in \mathbb{N}$
2. (1,5 p) ¿Cuántos juegos de 4 cartas que tengan una de cada palo se pueden formar de un mazo de 40 cartas con 4 palos?

3. (1,5 p) Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que cumplan la condición:

$$Z^2 - (1 + 2i) = 1$$

4. Factorizar el polinomio $P(x) = (x^5 - 4)(x^3 + x^2 + x + 1)$

5. a) Hallar la ecuación vectorial de la recta en \mathbb{R}^3 que pasa por $(1, 1, 1)$ y es paralela al plano

$$x - y + 3 = 5$$

- b) Hallar la distancia al origen de la recta L de a)

6. (1,5 p) Hallar el autosistema real de la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 27 \\ 1 & 0 & -27 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$