

Análisis Matemático I - Promoción
1º Evaluación - 2007
Tema 2

1. **(1,50)** Sea $(a_n)_{n \geq 1}$ una sucesión de términos positivos convergente con $a > 0$.
Demostrar que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln a_n = \ln a$$

2. **(1,50)** Demostrar que toda función continua en un intervalo cerrado $[a,b]$ alcanza un máximo y un mínimo en dicho intervalo.

3. a) **(1,50)** Dada la sucesión $a_n = \frac{5n+2}{3n}$

i) Investigar si es monótona (justificar).

ii) Investigar si es acotada (justificar).

iii) ¿Es convergente? (justificar).

- b) **(1)** Dada la función $f(x) = \frac{4x+2}{3x}$, demostrar usando la definición que

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

4. **(1,50)** Sea $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} & \text{si } x < -2 \\ mx^2 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

- a) Calcular $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x)$

- b) Indicar qué valor debe tomar m para que la función sea continua en $x = -2$.

5. **(2)** Calcular:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2n}\right)^{n-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x^2 - 25}$

6. **(1)** Hallar la derivada de:

a) $f(x) = \text{sen}(x^{x^2-5x})$

b) $\cos\left(\frac{2x-7}{x^2}\right)$