TRABAJO PRACTICO Nº 1

LENGUAJES

1) Sean x = cd, y = ab cadenas. Calcular

a) x^1	e) $x^R\ y$
b) x^2	f) $y^R\ x^R$
c) x^0	g) $x^R y^2$
d) x^R	h) $x^2\ y^3$

2) Sean $L_1 = \{\ a^n\ b^{2k}\ /\ n \geq 0 \text{ y } k \geq n\ \}$ $L_2 = \{\ 0^m\ 1^n\ /\ m \text{ impar y } n \text{ par, ó } m \text{ par y } n \text{ par}\ \}$

Determine para cada una de las siguientes cadenas si $\in$ o $\notin$ al lenguaje indicado.

a) $a\ b^4$ .... L_1	e) $0^3\ 1^3$.........L_2	i) 1^4………........... L_2
b) a b ....L_1	f) $0^4\ 1^8$..........L_2	j) $0^3\ 1^6\ a^3\ b^8$ ……$L_1 \bullet L_2$
c) ε ....L_1	g) $0^3\ 1^2$.........L_2	k) $a^6\ b^8\ 0^4$….….... $L_1 \bullet L_2$
d) a^5 …….......L_1	h) 0^9 .... L_2	l) $1\ a\ b^4$............. $L_2 \bullet L_1$

3) Para cada uno de los siguientes lenguajes, dé al menos 3 cadenas de distinta longitud:

a) $L_1 = \{\ x\ /\ x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^*$ y x es un número par}

b) $L_2 = \{\ a^n\ b^m\ d^{n+m}\ /\ n, m \geq 0\}$

c) $L_3 = \{\ x\ /\ x \in \{a, b, c, d\}^*$ y x contiene la subcadena ab y x no contiene la subcadena bc}

d) $L_4 = \{\ x0^{2k+1}\ /\ x \in \{a, b, c\}^*$ y la longitud de x es múltiplo de 4 y x termina en bb y $k \geq 0\}$

4) Sean A y B alfabetos, A = {a, b} y B = { a, b, c}, y L_1, L_2 y L_3 lenguajes

$L_1 = \{\ a^i b^j / i \geq 1, j \geq 1\ \}$ $L_2 = \{\ b^i c^j / i \geq\ j \geq 1\ \}$ $L_3 = \{\ a^i b^j c^i / i \geq 1, j \geq 1\ \}$

Determine si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa.

a) L_1 es un lenguaje sobre A.
b) L_2 es un lenguaje sobre $A \cup B$.
c) L_2 es un lenguaje sobre $A \cap B$.
d) L_3 es un lenguaje sobre $A \cup B$.
e) L_3 es un lenguaje sobre $A \cap B$.
f) L_1 es un lenguaje sobre A - B.
g) $L_1 \cup L_2$ es un lenguaje sobre A.
h) $L_1 \cup L_2$ es un lenguaje sobre $A \cap B$.
i) $L_1 - L_2$ es un lenguaje sobre A.

5) En cada caso dé, si es posible, un lenguaje L (que sea no vacío) que satisfaga la condición correspondiente:

a) $L \subset \{ab, aabb, aaabbb\}$ para L infinito

b) $L \subset \{a^{\mathbf{n}} b^{\mathbf{n}} c^{\mathbf{k}} / k, n > 0\}$ para L infinito.
c) $L \subset \{a^{\mathbf{n}} b^{\mathbf{k}} / n > 0 \text{ y } k > n\}$ para L infinito.
d) $\{a^{\mathbf{k}} b^{\mathbf{2n}} c^{\mathbf{n}} / n, k > 0\} \subset L$, para L lenguaje finito
e) $\{a^{\mathbf{k}} b^{\mathbf{2n}} c^{\mathbf{n}} / n, k > 0\} \subset L$, para L lenguaje infinito
f) $L \subset \{a^{\mathbf{n}} b^{\mathbf{n}} c^{\mathbf{k}} / k > 0 \text{ y } n > k\}$, para L lenguaje finito
g) $L \subset \{a^{\mathbf{n}} b^{\mathbf{n}} c^{\mathbf{k}} / k > 0 \text{ y } n > k\}$, para L lenguaje infinito

6) Sean $L_1 = \{\varepsilon\}$, $L_2 = \{b, aa, ab, bb\}$, $L_3 = \{\varepsilon, a, b, aa, bb\}$ y $L_4 = \emptyset$, definidos sobre $A = \{a, b\}$.
Obtener a) $L_1 \cup L_2$, b) $L_1 \cup L_3$, c) $L_1 \cup L_4$, d) $L_1 \cap L_2$, e) $L_2 \cap L_3$, f) $L_3 \cap L_4$, g) $L_1 \cap L_4$

7) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$
$L_1 = \{\varepsilon, a, ab\}$ $L_2 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ termina en } a\}$
$L_3 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ termina en } b\}$
Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones:
i) $L_1^2 \cap L_3$ ii) $L_2 \cup L_1$ iii) $L_1^R - L_2$ iv) $L_1 \cap L_3^R$

8) Determine si las siguientes igualdades sobre lenguajes definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$ son verdaderas o falsas, justificando en cada caso. Para las falsas, dé un contraejemplo.

a) $\{ a^{3i} b^i / i \geq 0 \} = (\{a\}.\{a\}.\{a\})^* . \{b\}^*$
b) $\{ a^{3i} b^n / i, n \geq 0 \} = (\{a\}.\{a\}.\{a\})^* . \{b\}^*$
c) $\{w / w \in \{a, b, c\}^* \text{ y } w \text{ comienza con } a \} = (\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$
d) $\{w / w \in \{a, b\}^* \text{ y } w \text{ tiene al menos dos } a\} = \{b\}^* . \{a\} . \{b\}^* . \{a\} . (\{a\} \cup \{b\})^*$
e) $\{w / w \in \{a, b, c\}^* \text{ y } w \text{ no comienza con } a \} = (\{\varepsilon\} \cup \{b\} \cup \{c\}) . (\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$

9) Sean L_1 y L_2 los siguientes lenguajes: $L_1 = \{ a \}$ $L_2 = \{ b \}$
Determine los conjuntos de cadenas que pertenecen a los siguientes lenguajes:
a) L_1^*

b) $(L_1 \bullet L_2)^*$

c) $(L_1 \cap L_2)^*$

d) $L_1^* \bullet L_2^*$

e) $(L_1 \cup L_2)^*$

10) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c, d, e, g\}$
$L_1 = \{\varepsilon, ab, a\}$ $L_2 = \{\varepsilon, d, c\}$ $L_3 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ termina en } ab\}$
$L_4 = \{ a^{\mathbf{j+1}} b^{\mathbf{p}} d^{\mathbf{2n}} e^{\mathbf{k}} g^{\mathbf{s}} / p, k, s \geq 0 \text{ y } n > s \text{ y } j > p\}$
Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones:
a) $L_1^{\mathbf{2}} - L_3$ b) $L_1 . L_2^*$ c) $L_4^{\mathbf{R}}$ d) $L_1^2 \cap L_3$ e) $L_1 \cup L_2^2$

11) Describa si es posible, mediante un único conjunto las siguientes operaciones:

a) $\{ a^{\mathbf{k}} b^{\mathbf{n}} d^{\mathbf{k+n}} g^{\mathbf{i}} h^s / k, n, i, s \geq 0 \text{ y } i \geq s\} \cup \{ a^{\mathbf{k}} b^{\mathbf{n}} d^{\mathbf{k+n}} g^{\mathbf{i}} h^s / k, n, i, s \geq 0 \text{ y } i > s\}$
b) $\{ a^{\mathbf{k}} b^{\mathbf{n}} d^{\mathbf{k+n}} g^{\mathbf{i}} h^s / k, n, i, s \geq 0 \text{ y } i \geq s\} \cap \{ a^{\mathbf{k}} b^{\mathbf{n}} d^{\mathbf{k+n}} g^{\mathbf{i}} h^s / k, n, i, s \geq 0 \text{ y } i > s\}$
c) $\{ a^{\mathbf{n}} b^{\mathbf{2k}} / n, k \geq 0\} \cap \{a^{\mathbf{2n+1}} b^{\mathbf{k}} / n, k \geq 0\}$
d) $\{ a^{\mathbf{n}} b^{\mathbf{2k}} / n, k \geq 0\} \cup \{a^{\mathbf{2n+1}} b^{\mathbf{k}} / n, k \geq 0\}$
e) $\{ a^{\mathbf{n}} b^{\mathbf{2k}} / n, k \geq 0\} - \{a^{\mathbf{2n+1}} b^{\mathbf{k}} / n, k \geq 0\}$