

## TRABAJO PRACTICO N° 2

## AUTOMATAS FINITOS

1) Para cada uno de los siguientes lenguajes definidos sobre el alfabeto  $A = \{a, b, d\}$ : a) Defínalo por comprensión; b) Diseñe el autómata finito determinístico que lo reconozca.

$$i) L_1 = \{ d, ddd, ddddd, ddddddd, \dots \}$$

$$ii) L_2 = \{ b, ab, aab, aaab, \dots, bb, abb, aabb, aaabb, \dots, bbb, abbb, aabbb, aaabbb, \dots, \}$$

$$iii) L_3 = \{ \epsilon, abab, abababab, abababababab, \dots \}$$

2) Para cada uno de los siguientes lenguajes definidos sobre el alfabeto  $A = \{a, b, c, d, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , construya y defina formalmente un autómata finito determinístico que lo reconozca:

$$a) L_1 = \{ x / x \in \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}^* \text{ y } x \text{ es un número par} \}$$

$$b) L_2 = \{ (ab)^n c (ba)^{2m+1} / n \geq 1, m \geq 0 \}$$

$$c) L_3 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ no termina en } ab \}$$

$$d) L_4 = L = \{ x / x \in \{0, 1, 2\}^* \text{ y } x \text{ contiene al menos una vez cada símbolo} \}$$

$$e) L_5 = \{ x / x \in \{a, b\}^* \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } aba \text{ exactamente una vez} \}$$

$$f) L_6 = \{ xba / x \in \{a, b\}^* \text{ y } x \text{ contiene cantidad par de } b \text{ y } x \text{ contiene al menos tres } a \}$$

$$g) L_7 = \{ x / x \in \{a, b\}^* \text{ y } x \text{ no contiene la subcadena } bab \text{ y la cantidad de ocurrencias de } a \text{ es par} \}$$

$$h) L_8 = \{ x / x \in \{1, 2, 3\}^* \text{ y } |x| > 0 \text{ y la suma de los símbolos de } x \text{ es múltiplo de } 3 \text{ y } x \text{ termina en } 2 \}$$

$$i) L_9 = \{ x0^{2k+1} / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y la longitud de } x \text{ es múltiplo de } 4 \text{ y } x \text{ termina en } bb \text{ y } k \geq 0 \}$$

3) Construya un autómata finito determinístico que, para el lenguaje  $L_8$  del ejercicio 2, cuente en unario la cantidad de ocurrencias del símbolo 2.

4) Considere el envío de mensajes de texto en un celular. Las teclas del celular están rotuladas con números y letras como se muestra en la figura. Se usarán dos dígitos para codificar cada letra: el primero es la tecla que contiene la letra y el segundo es el índice 1, 2, 3 ó 4 de la letra en la tecla. Por ejemplo, la secuencia 42635321 representa el mensaje "hola". Modele un autómata finito que dada una secuencia de dígitos decodifique el mensaje correspondiente.

<b>1</b>	<b>2</b> a b c	<b>3</b> d e f
<b>4</b> g h i	<b>5</b> j k l	<b>6</b> m n o
<b>7</b> p q r s	<b>8</b> t u v	<b>9</b> w x y z
*	0	#

5) Diseñe un autómata finito que tome un texto y determine la cantidad de palabras que comienzan con el prefijo *in*. Considere como alfabeto de entrada las letras del alfabeto castellano, los signos de puntuación y los espacios en blanco, y como alfabeto de salida la notación unaria.

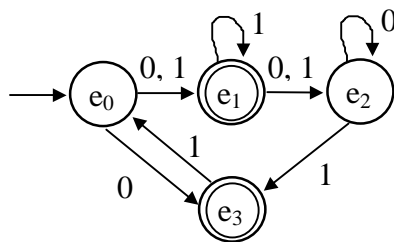
6) Construir un autómata finito que calcule la suma de dos números en notación binaria. Asumir que el autómata recibe la entrada de a pares de bits comenzando por los bits menos significativos y que cada entrada tiene termina con el símbolo \*. Por ejemplo para sumar 101 y 110 la entrada sería 10 01 11 \*.

7) Construya un autómata finito que calcule la función  $f(x) = 2x + 1$  para una entrada x representada en notación binaria.

8) Se desea modelar el comportamiento de una máquina expendedora de boletos de colectivo. El precio de cada boleto es \$1. La máquina acepta monedas de \$0.25 y \$0.50; y devuelve el cambio necesario. Para comprar un boleto se deben introducir las monedas, y luego apretar el botón B para solicitarlo.

9) Construya el autómata finito determinístico correspondiente al siguiente autómata finito no determinístico:

$$AFND = \langle \{e_0, e_1, e_2, e_3\}, \{0, 1\}, e_0, \delta, \{e_1, e_3\} \rangle$$

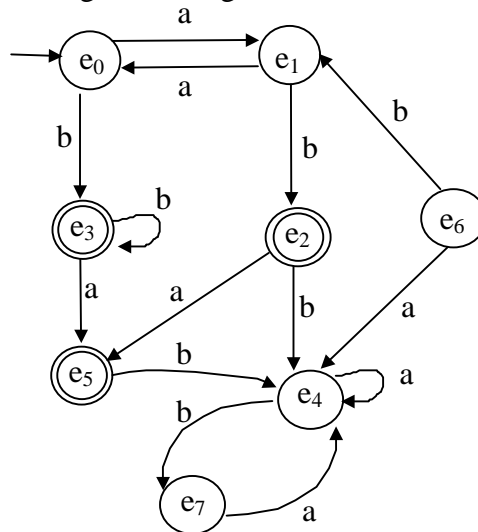


10) Minimice los siguientes autómatas finitos

a)  $AFD_1 = \langle \{p, q, r, s, t, u\}, \{a, b\}, p, \delta_1, \{q, r\} \rangle$   
 $\delta_1$  está definida por la siguiente tabla

$\delta_1$	a	b
p	q	p
q	r	s
r	q	t
s	t	u
t	s	u
u	q	u

b)  $AFD_2 = \langle \{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}, \{a, b\}, e_0, \delta_2, \{e_2, e_3, e_5\} \rangle$   
 $\delta_2$  está definido por el siguiente diagrama de transición de estados



c)  $AFND_3 = \langle \{p, q, r, s\}, \{a, b\}, p, \delta_3, \{s\} \rangle$   
 $\delta_3$  está definida por la siguiente tabla

$\delta_3$	a	b
p	{q, r, s}	{p, q, r, s}
q	-	{p, q, r, s}
r	-	{p, q, r, s}
s	s	{q, r, s}

d)  $AFND_4 = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b, c\}, q_0, \delta_4, \{q_2, q_5\} \rangle$   
 $\delta_4$  se define como

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $\delta_4(q_0, a) = \{q_0, q_3\}$ | $\delta_4(q_2, c) = \{q_4\}$      |
| $\delta_4(q_0, b) = \{q_2\}$      | $\delta_4(q_3, a) = \{q_0\}$      |
| $\delta_4(q_0, c) = \{q_5\}$      | $\delta_4(q_3, b) = \{q_5\}$      |
| $\delta_4(q_1, a) = \{q_3\}$      | $\delta_4(q_3, c) = \{q_2, q_5\}$ |
| $\delta_4(q_1, b) = \{q_2, q_5\}$ | $\delta_4(q_4, c) = \{q_5\}$      |
| $\delta_4(q_1, c) = \{q_2\}$      | $\delta_4(q_5, a) = \{q_2\}$      |
| $\delta_4(q_2, a) = \{q_2\}$      | $\delta_4(q_5, b) = \{q_4\}$      |
| $\delta_4(q_2, b) = \{q_1, q_4\}$ | $\delta_4(q_5, c) = \{q_1, q_4\}$ |

e) Autómatas construídos en el ejercicio 2.

### EJERCICIOS ADICIONALES

- Para el ejercicio 2

a)  $L_{10} = \{ x / x \in \{a, b\}^* \text{ y los dos últimos símbolos de } x \text{ coinciden con el primer símbolo y } x \text{ contiene la subcadena } ba \}$

b)  $L_{11} = \{ wax / w \in \{c, d\}^* \text{ y los dos últimos símbolos de } w \text{ son distintos y } x \in \{0, 1\}^* \text{ y}$

$x$  termina en 00 y  $|x|$  es par

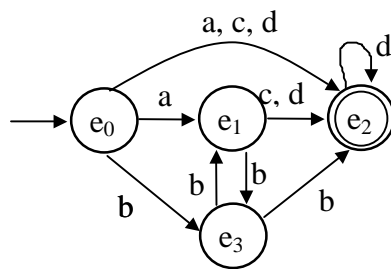
c)  $L_{12} = \{z.u / z \in \{7, 8, 9\}^* \text{ y dos posiciones consecutivas en } z \text{ no contienen el mismo símbolo y } u \in \{d\}^* \text{ y } |u| \bmod 2 = 0\}$

d)  $L_{13} = \{x.z / x \in \{a, b\}^* \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } aaa \text{ y } x \text{ no contiene la subcadena } bb \text{ y } z \in \{0\}^* \text{ y } |z| \bmod 2 = 0\}$

e)  $L_{14} = L_{10}^*$

- Para el ejercicio 9

AFND =  $\langle \{e_0, e_1, e_2, e_3\}, \{a, b, c, d\}, e_0, \delta, \{e_2\} \rangle$



- Para el ejercicio 10

AFD =  $\langle \{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}, \{a, b\}, e_0, \delta, \{e_4, e_5\} \rangle$ ,  
 donde  $\delta$  está definida por la siguiente tabla

$\delta$	a	b
$e_0$	$e_1$	$e_2$
$e_1$	$e_5$	$e_3$
$e_2$	$e_1$	$e_2$
$e_3$	$e_1$	$e_4$
$e_4$	$e_1$	$e_2$
$e_5$	$e_2$	$e_1$
$e_6$	$e_2$	$e_5$