

## Probabilidad y Estadística - Examen final Regular

- Las pilas vendidas por una casa de materiales eléctricos pueden provenir de dos fabricantes distintos, A y B. El 70% de las pilas vendidas son producidas por la fábrica A y tienen una duración (en hs.) exponencial de parámetro  $\lambda_A=0,01$ . El resto son producidas por la otra fábrica, con duración (en hs.) exponencial de parámetro  $\lambda_B=0,02$ .
  - Calcular la probabilidad de que una pila vendida cualquiera dure al menos 80hs
  - Si efectivamente la pila seleccionada durara más de 80hs ¿cuál sería la probabilidad de que proviniera de la fábrica A?
- Se tiene la función densidad  $f(x)=(\alpha+5)x^{\alpha+4}$  para  $x \in (0,1)$  (valiendo 0 en otro caso). Hallar el EMV de  $\alpha$  a partir de una muestra aleatoria de tamaño  $n$
- Se desea estimar el porcentaje  $p$  de individuos daltónicos de una población mediante la proporción que se observe en una muestra aleatoria de tamaño  $n$ .
  - Si el porcentaje de individuos daltónicos en la muestra es igual al 30%, calcular el valor de  $n$  para que -con un nivel de confianza de 95%- el error cometido en la estimación sea inferior al 3,1%.
  - Si el tamaño de la muestra fuera de 64 individuos y la proporción de daltónicos en la muestra resultara el 35% determinar -usando un nivel de significación del 1%- el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de daltónicos de la población
  - ¿Cuál es la probabilidad de que un 39% de daltónicos en la muestra conduzca a aceptar que la proporción en la población es del 40% cuando en realidad es del 35%?
- Una urna contiene cinco bolillas negras, dos blancas y cuatro rojas. Se extrae aleatoriamente una muestra de 3 bolillas, de a una por vez y reponiendo cada bolilla en la urna antes de extraer la siguiente. Sea  $X$  el número de bolillas negras en la muestra, e  $Y$  el número de rojas antes de la primera blanca
  - Hallar la distribución conjunta de probabilidades de  $X$  e  $Y$
  - Decidir si las variables  $X$  e  $Y$  son dependientes
  - Hallar  $P(1 < Y < 3 / X = 0)$  e interpretarla
- Te dan una bolsa con 5 monedas, de las cuales 2 tienen CARA en ambos lados. Entonces cerrás los ojos, elegís una moneda al azar de la bolsa y la ponés sobre una mesa (aún sin abrir los ojos).
  - ¿Cuál es la probabilidad de que la faz inferior de la moneda sea CARA?
  - Abrís ahora los ojos y ves que la faz superior de la moneda es CARA ¿cuál es la probabilidad de que la faz inferior sea CARA?

## Probabilidad y Estadística - Examen final

- 1) Te dan una bolsa con 5 monedas, de las cuales 2 tienen CARA en ambos lados. Entonces cerrarás los ojos, elegirás una moneda al azar de la bolsa y la pondrás sobre una mesa (aún sin abrir los ojos).
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que la faz inferior de la moneda sea CARA?
  - b) Abrís ahora los ojos y ves que la faz superior de la moneda es CARA ¿cuál es la probabilidad de que la faz inferior sea CARA?
- 2) Deducir la Regla de Bayes. ¿Qué tipo de probabilidad permite calcular dicha regla? Inventar un problema en donde sea necesario calcular una probabilidad de Bayes, y resolverlo
- 3) Se tiene la función densidad  $f(x)=(\alpha+5)x^{\alpha+4}$  para  $x \in (0,1)$  (valiendo 0 en otro caso). Hallar el estimador de máxima verosimilitud de  $\alpha$
- 4) Una urna contiene cinco bolillas negras, dos blancas y cuatro rojas. Se extrae aleatoriamente una muestra de 3 bolillas, de una por vez y reponiendo cada bolilla en la urna antes de extraer la siguiente. Sea  $X$  el número de bolillas negras en la muestra, e  $Y$  el número de rojas antes de la primera blanca
  - a) Hallar la distribución conjunta de probabilidades de  $X$  e  $Y$
  - b) Hallar las dos distribuciones marginales
  - c) Hallar  $P(1 < Y < 3 / X = 0)$  e interpretarla
- 5) El fabricante de neumáticos sostiene que en promedio sus productos tienen una duración no menor a 50 mil km antes de necesitar reemplazo. Un grupo de consumidores quiere poner a prueba dicha afirmación
  - a) Definir con claridad cuál sería el parámetro de interés en este problema
  - b) Establecer la hipótesis nula y la alternativa en términos de dicho parámetro
  - c) Explicar el significado de los Errores de tipo 1 y 2 en el contexto de este problema
  - d) Se fija el nivel de significación de la prueba en 1% ¿qué significa esto?